TEMA N°5- III: EXCEL AVANZADO. OPERACIONES CON MATRICES

Objetivo: *Utilizar las funciones matriciales con las que cuenta Excel para resolver problemas inherentes al campo del álgebra lineal.*

CREACIÓN DE UN VECTOR: Supongamos que necesitamos crear el siguiente vector:

$$v = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ -4 \\ 0 \\ 8.3 \end{bmatrix}$$

Para ello, nos posicionamos en cualquier celda, por ejemplo la A1. En ella escribimos el 3. A partir de allí, seguimos en la A2, escribiendo el 5, y así sucesivamente hasta terminar.

Crearemos el vector en la columna B, por lo tanto, debemos posicionarnos en la celda B1 y en la barra de fórmulas escribir el signo igual (=). Luego, con el mouse, debemos seleccionar los números que van a formar parte del vector (escritos en la columna A, desde la celda A1 hasta la A5). Una vez sleccionados todos los elementos del vector (Figura 1), debe presionarse simultáneamente las siguientes teclas: *Ctrl+Mayús+Enter* (Figura 2).

Si lo hicimos correctamente, en la columna B aparecerán los elementos que

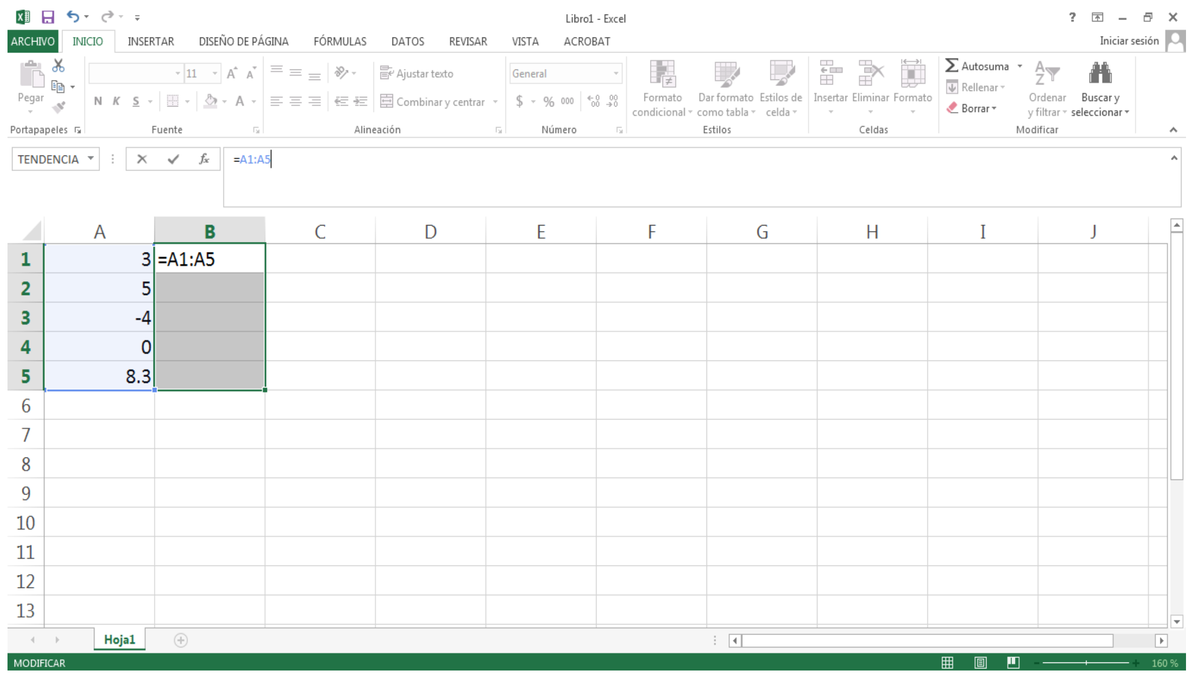


Figura 1

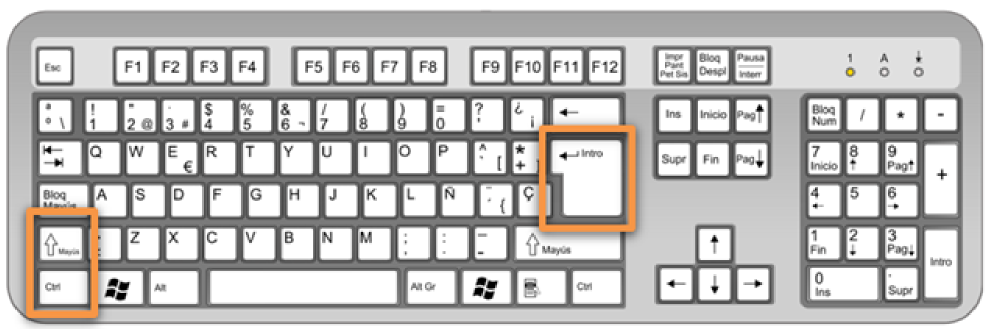


Figura 2

habíamos escrito en la columna A, con la diferencia que si seleccionamos cualquier celda de la columna B, en la barra de función aparecerá lo siguiente:

$$\{= A1{:}\,A5\}$$

Esto indica que lo que se ha generado en la columna B es un vector (Figura 3).

CREACIÓN DE UNA MATRIZ: Generaremos una matriz en forma análoga a la de un vector. Supongamos que necesitamos crear la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & -7 & 0.4 \\ 1.2 & 0 & -6.3 \end{bmatrix}$$

Como en el caso anterior, seleccionamos la celda A1 y a partir de allí comenzamos a escribir los números que integran la matriz (uno por celda). Una vez hecho esto, seleccionamos la celda E1 y escribimos en la barra de fórmulas el signo igual (=). Posteriormente seleccionamos el rango de celdas que forman la matriz (en este caso sería A1:C3) y presionamos en forma simultánea las teclas *Ctrl+Mayús+Enter* (Figura 2)

El resultado del procedimiento es la creación de una matriz (**arreglo bidimensional**) a partir de la celda E1.

Si nos posicionamos sobre cualquier celda perteneciente al rango de la matriz,

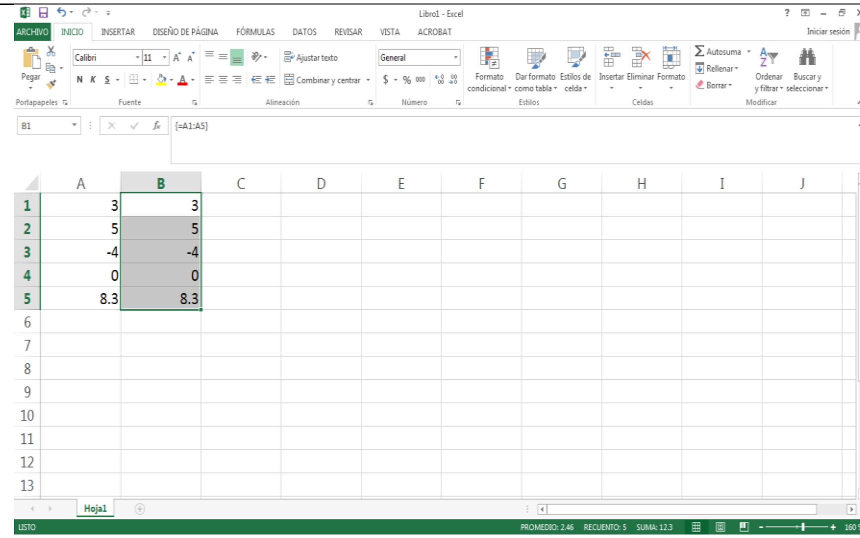


Figura 3

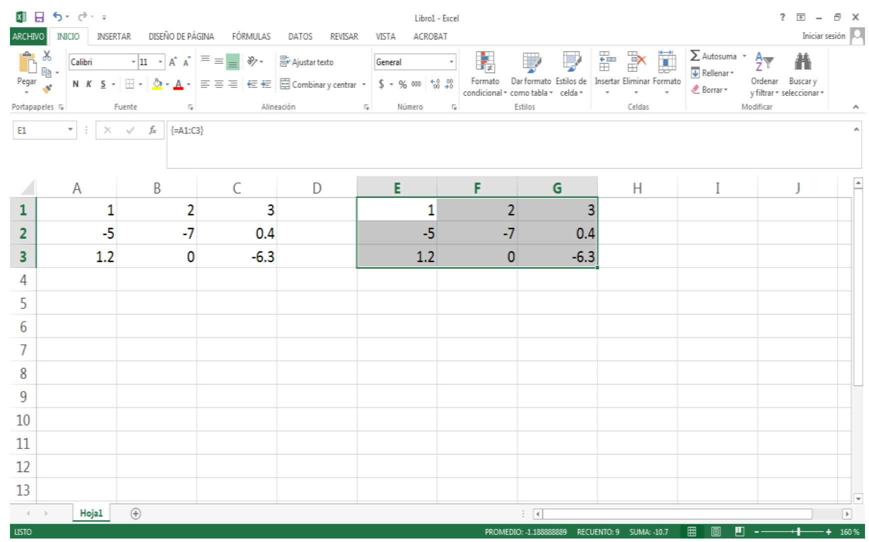


Figura 4

observaremos en la barra de fórmulas lo siguiente (Figura 4):

$$\{= A1{:}C3\}$$

FUNCIONES DE EXCEL PARA OPERAR CON MATRICES

1) Matriz Identidad

La característica de esta matriz es que contiene unos en su diagonal principal y ceros en los demás lugares. Es una matriz cuadrada (igual número de filas que de columnas). La función de Excel que genera esta matriz es M.UNIDAD, cuya sintaxis es:

M.UNIDAD(n)

El argumento de la función es el orden de la matriz identidad que se desea generar.

Ejemplo: generemos la matriz identidad de orden 4.

Solución: seleccionamos el rango de celdas compatible con el orden de la matriz. En este caso será desde la celda A1 hasta la D4 (Figura 5a). Luego escribimos en la barra de fórmulas (Figura 5b)

=M.UNIDAD(4)

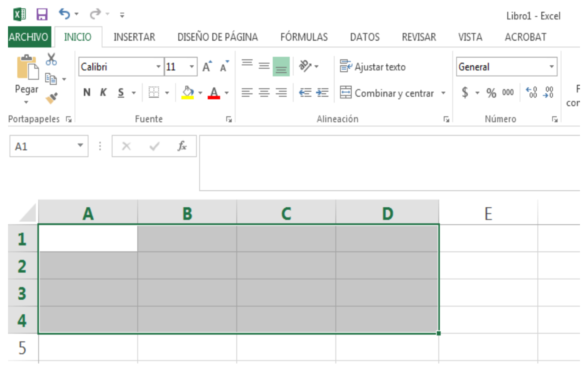


Figura 5a

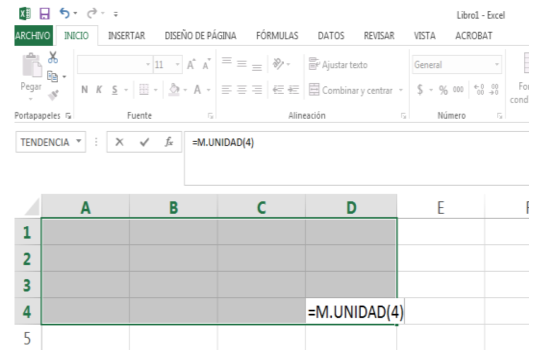


Figura 5b

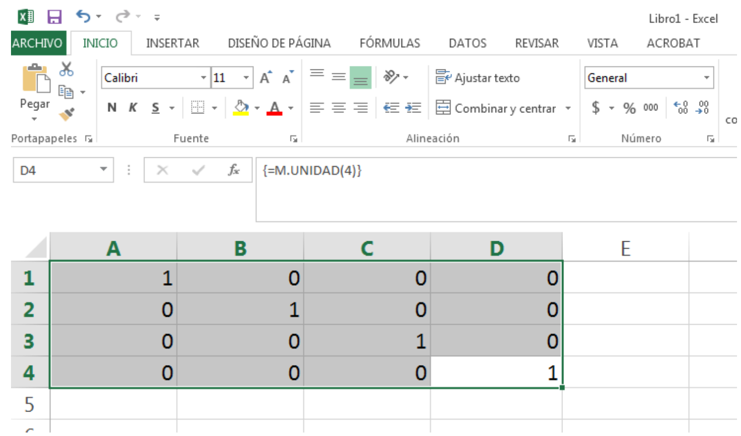


Figura 6

Y presionamos en forma simultánea las teclas *Ctrl+Mayús+Enter* (Figura 2). La matriz identidad de orden 4 se muestra en la Figura 6.

2) Determinante

La condición que debe cumplir una matriz para poder calcular su determinante es que sea cuadrada. La función de Excel para calcular el determinante de una matriz es MDETERM, cuya sintaxis es:

MDETERM(matriz)

El argumento de la función es el rango de celdas en el cual se encuentra definida la matriz a la que voy a calcular el determinante.

Ejemplo: Se quiere calcular el determinante de la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & -4 \\ -0.6 & 8 & -1 \\ 24 & \sqrt{2} & 2 \end{bmatrix}$$

Solución: Una vez creada la matriz en el rango E2:G4, nos posicionamos en una celda diferente y escribimos en la barra de fórmulas:

=MDETERM(E2:G4)

Y presionamos la tecla *ENTER*

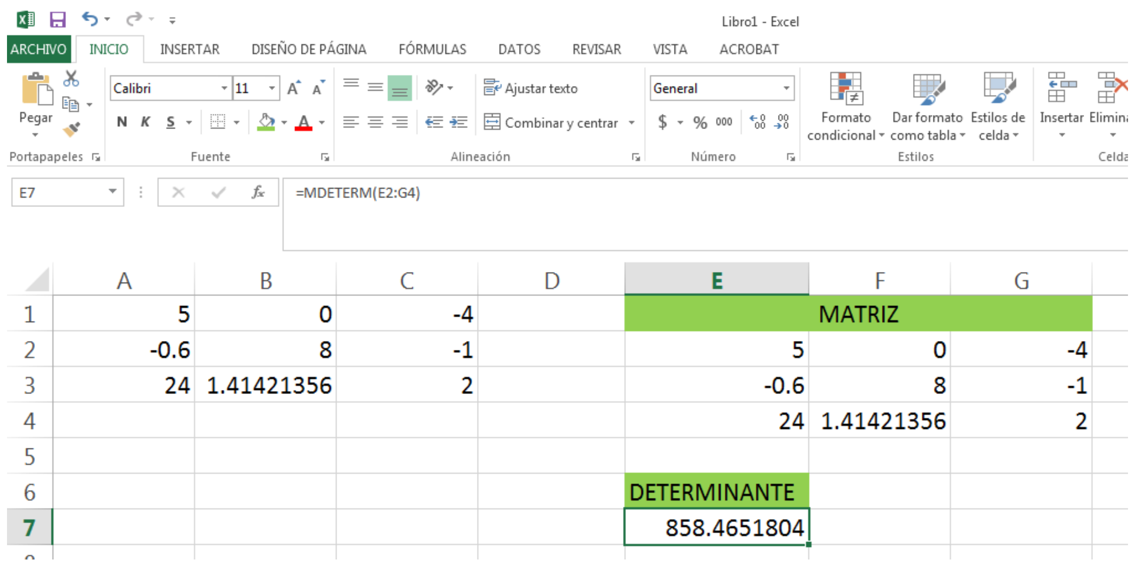


Figura 7

El resultado es (Figura 7):

858.4651803616

3) Matriz inversa

Si el determinante de una matriz es distinto de cero, puede encontrarse otra matriz tal que el producto entre ambas dé como resultado la matriz identidad. La matriz encontrada se denomina matriz inversa. La función de Excel para calcular la matriz inversa es MINVERSA, cuya sintaxis es:

MINVERSA(matriz)

El argumento de la función es el rango de celdas en el cual se encuentra definida la matriz a la que voy a calcularle la inversa.

Ejemplo: Se quiere calcular la matriz inversa del ejemplo anterior.

Solución: Sabiendo que el determinante es distinto de cero, y definida la matriz en el rango E2:G4 (Figura 7), seleccionamos el rango donde queremos que aparezca la inversa (En este caso sería E7:G9), y escribimos en la barra de fórmulas (Figura 8):

= MINVERSA(E2:G4)

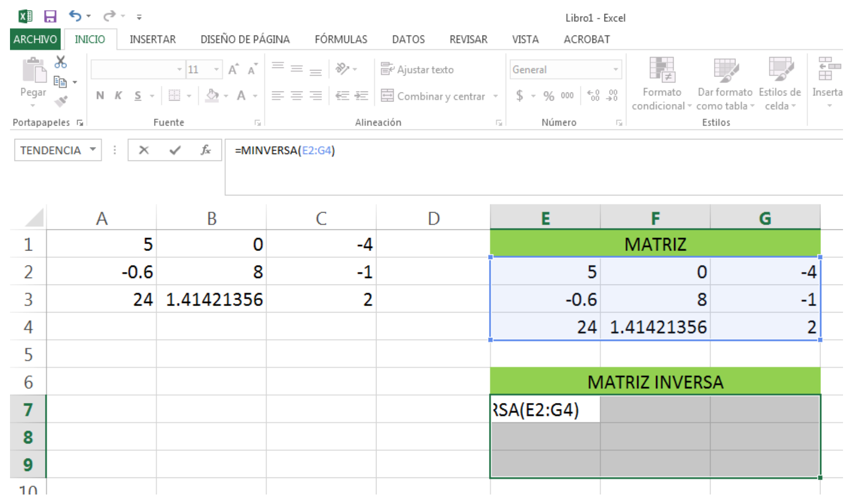


Figura 8

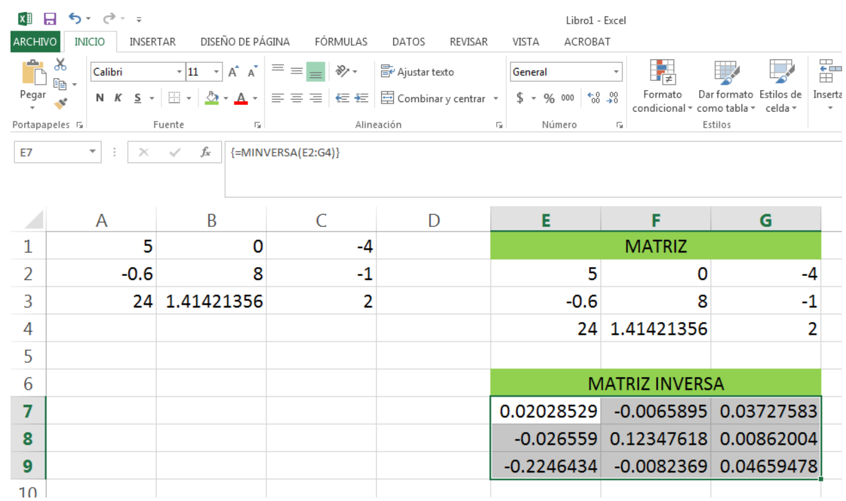


Figura 9

Y presionamos en forma simultánea las teclas *Ctrl+Mayús+Enter* (Figura 2). La matriz inversa se muestra en la Figura 9.

4) Suma (o resta) entre matrices (o vectores)

La condición para sumar (o restar) matrices (o vectores) es que tengan las mismas dimensiones. Excel no tiene una función específica para realizar estos cálculos, pero es importante describir el procedimiento.

Ejemplo: Se quiere sumar la matriz definida en el apartado anterior con su inversa, calculada también en el apartado anterior.

Solución: Seleccionamos el rango donde queremos que aparezca la matriz suma (en este caso sería el E12:G14). Luego, posicionándonos en la celda E12, escribimos en la barra de fórmulas

=E2:G4+E7:G9

Y presionamos en forma simultánea las teclas *Ctrl+Mayús+Enter* (Figura 2). La suma entre la matriz y su inversa se muestra en la Figura 10.

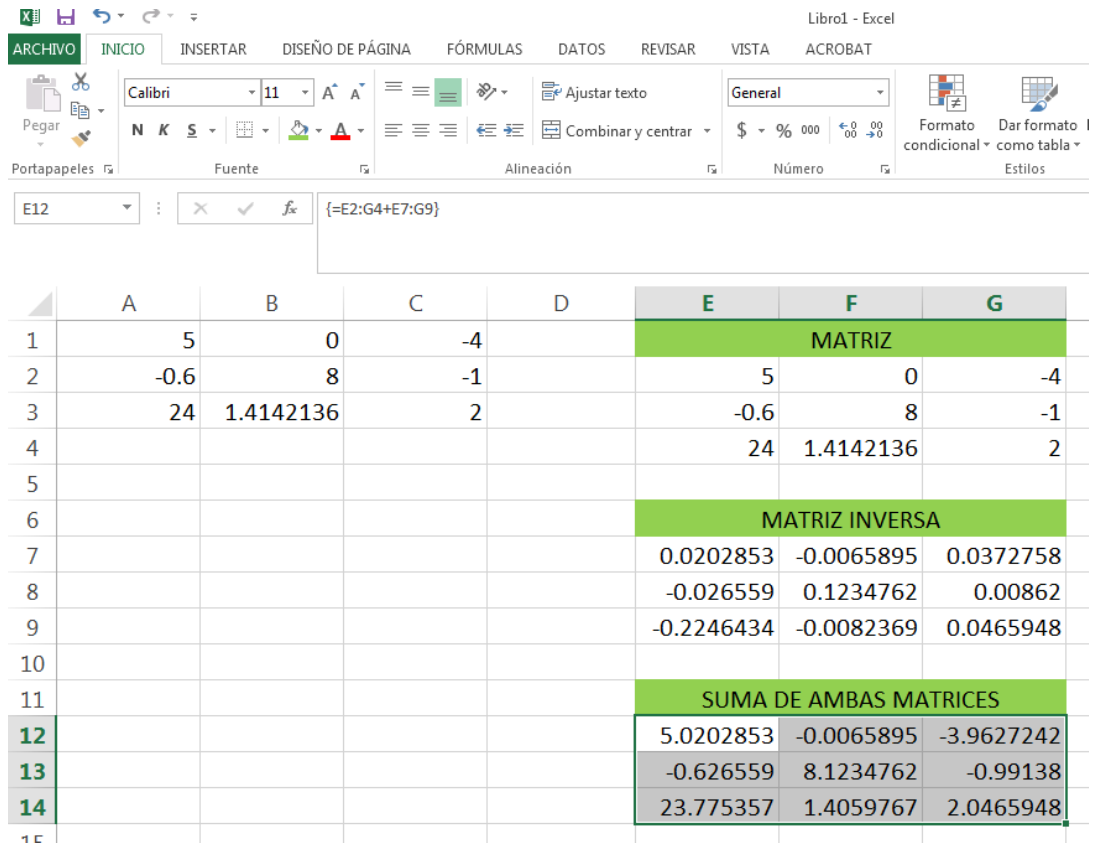


Figura 10

Este procedimiento es válido tanto para ***matrices*** como para ***vectores***, y para ***suma*** o ***resta***.

5) Multiplicación entre arreglos

La multiplicación entre arreglos (matriz por matriz, vector por vector, matriz por vector, etc.) será posible siempre que se verifiquen las reglas del álgebra.
La función de Excel para realizar estos productos se llama MMULT, cuya sintaxis es:

MMULT(matriz1;matriz2)

Los argumentos de entrada son los arreglos que se van a multiplicar. Nótese que van separados por un **punto y coma**.

Ejemplo: Se quiere multiplicar la matriz definida anteriormente con su inversa.

Solución: Seleccionamos el rango donde queremos que aparezca la matriz suma (en este caso sería el E12:G14). Luego, posicionándonos en la celda E12, escribimos en la barra de fórmulas

=MMULT(E2:G4;E7:G9)

Y presionamos en forma simultánea las teclas *Ctrl+Mayús+Enter* (Figura 2). El procedimiento de la multiplicación entre la

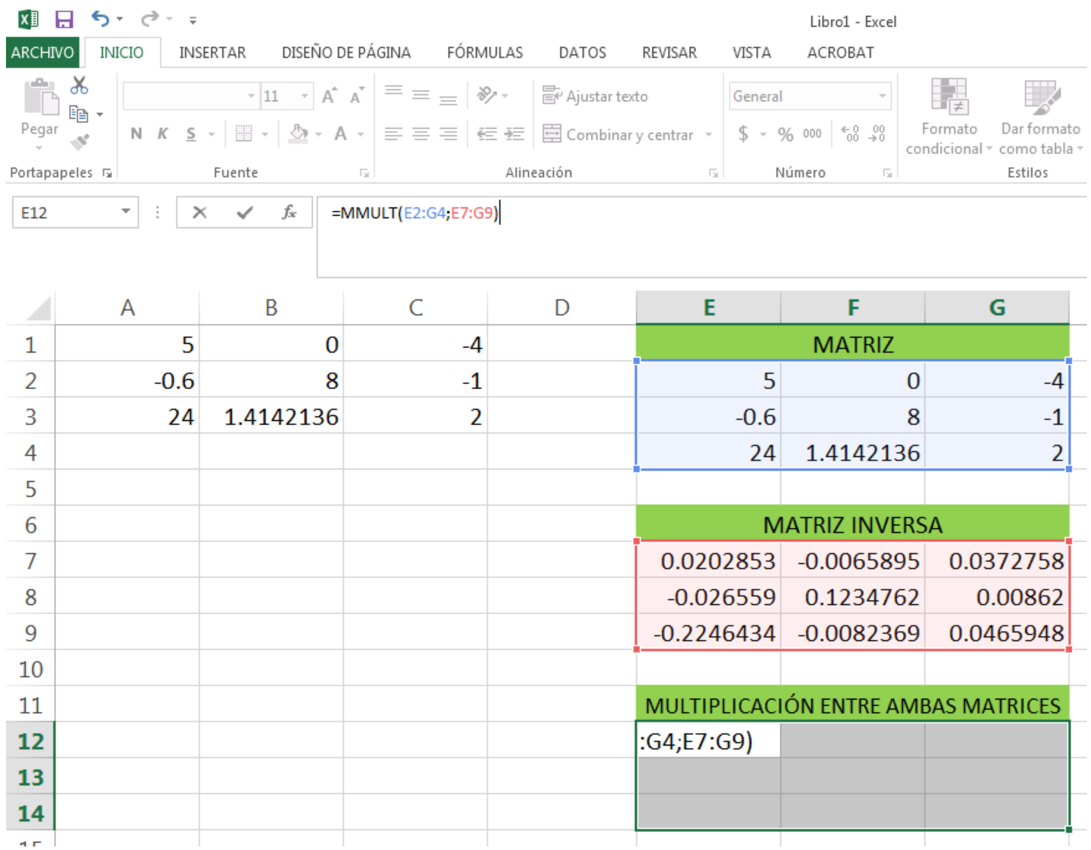


Figura 11

matriz y su inversa se muestra en la Figura 11, y debería arrojar como resultado a la matriz identidad del mismo orden que las matrices multiplicadas (en este caso, de orden 3).

6) **Traspuesta de un arreglo**

Excel posee una función que devuelve la traspuesta de un ***vector***, como así también la de una ***matriz***.
Esta función es TRANSPONER, cuya sintaxis es:

TRANSPONER(matriz)

El argumento de entrada es el arreglo que se desea trasponer.

Ejemplo: Se quiere trasponer la matriz definida anteriormente.

Solución: Seleccionamos el rango donde queremos que aparezca la matriz suma (en este caso sería el E7:G9). Luego, posicionándonos en la celda E7, escribimos en la barra de fórmulas

=TRANSPONER(E2:G4)

Y presionamos en forma simultánea las teclas *Ctrl+Mayús+Enter* (Figura 2). El procedimiento se muestra en la Figura 12

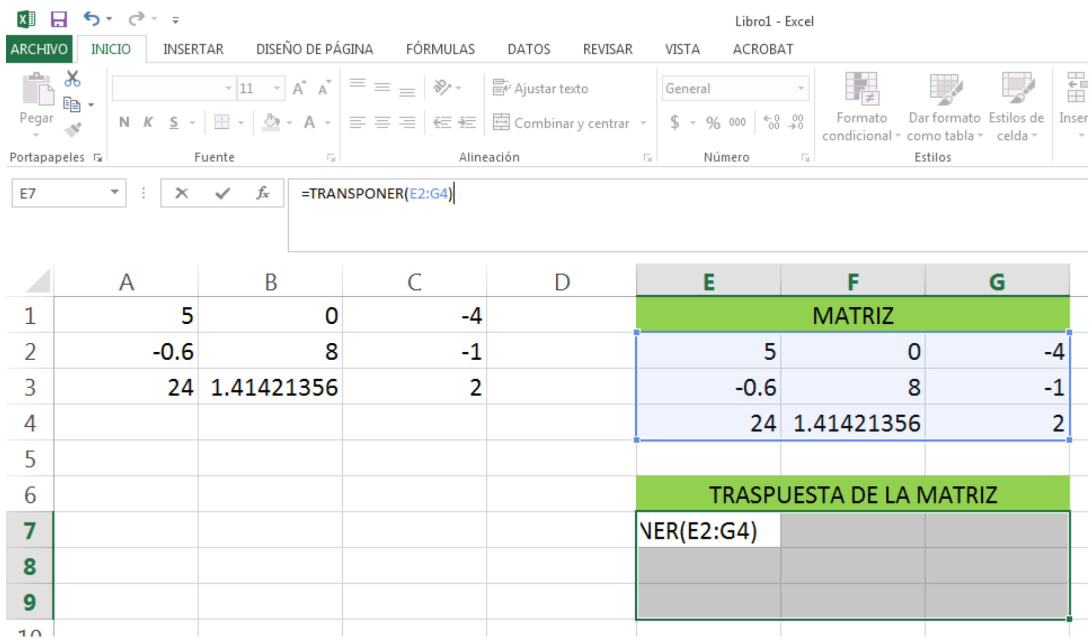


Figura 12

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES	**EJERCITACIÓN**
Existen diferentes métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales. El método que se presentará a continuación se denomina método de la matriz inversa y su enunciado es el siguiente (*Howard Anton, Introducción al Álgebra Lineal 3ra edición Editorial Limusa*): "Si **A** es una matriz de orden *n* que tiene inversa (cuadrada y determinante distinto de cero), para todo vector **b** de orden *n x 1*, el sistema de ecuaciones $\mathbf{A\,x} = \mathbf{b}$ tiene por solución $\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$ " Siendo **A** la matriz de coeficientes, **b** el vector de términos independientes y **x** el vector de incógnitas. <u>Demostración</u> Se tiene el sistema de ecuaciones lineales: $$\mathbf{A\,x} = \mathbf{b}$$ Se multiplican por izquierda ambos miembros por la inversa de la matriz **A** (ya que, según las hipótesis existe): $$\mathbf{A^{-1}A\,x} = \mathbf{A^{-1}b}$$ Sabiendo que $\mathbf{A^{-1}A} = \mathbf{A\,A^{-1}} = \mathbf{I}$ Siendo **I** la matriz identidad de orden *n*, resulta: $$\mathbf{x} = \mathbf{A^{-1}b}$$ c.q.d.	**1)** Calcule el determinante de la siguiente matriz: $$A = \begin{bmatrix} 2.1 & -7 & 11 & 8 & -12.1 \\ -6.1 & -3.6 & 3.87 & 4.4 & 4 \\ 8.6 & 7 & 0 & 5.7 & 6 \\ 9 & 3.4 & 19 & 0.6 & 4 \\ -1 & 0 & 2.05 & 7.1 & 9.9 \end{bmatrix}$$ (*Ayuda: utilice la función MDETERM)* **2)** Encuentre la matriz identidad de orden 5. (*Ayuda: utilice la función M.UNIDAD*) **3)** Dadas las siguientes matrices: $$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 8 & 4.3 & 2 \\ -0.75 & 27 & 1 \end{bmatrix}$$ $$B = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$ Calcule: a) $A + B$ b) $B + A$ (¿qué sucede?) c) $A \times B$ d) $B \times A$ (¿qué sucede?) e) $A - B$ f) $B \times B'$ (*Ayuda: utilice la función TRANSPONER*)

4) Calcule el producto escalar entre estos dos vectores:

$$\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ y } \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 7.2 \\ -5.3 \\ 8 \end{bmatrix}$$

(*Ayuda: considere transponer UN SOLO vector y realice el producto entre ambos utilizando la función MMULT*)

5) En base a los apartados anteriores, calcule:

a) $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{a}$
b) $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{b}$
c) $\boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{A}$ (¿qué sucede?)
d) $\boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{b}$
e) $\boldsymbol{A}^{-1}$
f) $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{A}^{-1}$ (¿qué sucede?)
g) $\boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{B}^{-1}$ (¿qué sucede?)
h) $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$
i) $\boldsymbol{b}^T + \boldsymbol{a}$ (¿qué sucede?)

6) Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x - 3y - 2z - t = -2 \\ x - 2y - 5z - 3t = -1 \\ -x + 4y + 2z - 2t = 2 \\ 3x - 10y - 3z - t = -7 \end{cases}$$

7) Utilizando la misma matriz de coeficientes del Ejercicio 6, resuelva el sistema con los siguientes vectores de términos independientes:

a) $\begin{cases} -1 \\ 3 \\ 2 \\ -2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4 \\ 8 \\ -0.5 \\ -14 \end{cases}$

8) Resuelva y grafique el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 9x - 3y = 3 \\ -2x + 4y = 4 \end{cases}$$

EJEMPLOS RESUELTOS

1) El perímetro de un triángulo isósceles es de 27 cm. La diferencia entre dos de sus lados es de 3 cm. ¿Cuánto miden sus lados?

Solución: La característica de un triángulo isósceles es que dos de sus lados tienen la misma longitud. En base a esto, y llamando x a los lados iguales e y al restante (Figura 13), el perímetro del triángulo puede expresarse como:

$$\text{Perímetro} = 2\,x + y$$

Al mismo tiempo, el problema nos informa que la diferencia entre dos de sus lados es de 3 cm. Si hemos supuesto dos lados iguales, sería **absurdo** suponer que:

$$x - x = 3$$

Por lo tanto, la diferencia debe cumplirse entre uno de los lados iguales y el restante, es decir:

$$x - y = 3$$

Escribiendo estas ecuaciones como un sistema, obtenemos:

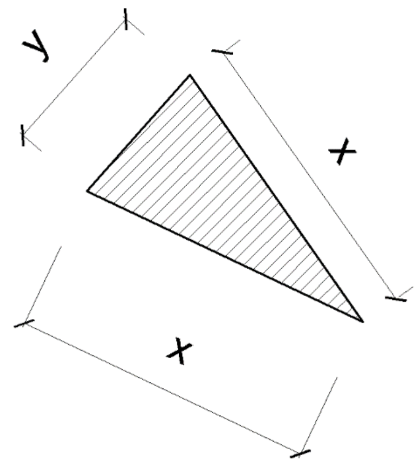


Figura 13

$$\begin{cases} 2x + y = 27 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

Escrito en forma matricial, resultaría:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Cuyas incógnitas son las longitudes de los lados (x e y).

Si utilizamos el método de la matriz inversa para resolver el problema, el sistema quedaría:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 27 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Para resolverlo en Excel, vamos a escribir los coeficientes de la matriz, partiendo desde la celda A1 (Figura 14). Luego debemos transformar esos números en una matriz. Seleccionamos un rango igual al de la matriz y nos posicionamos sobre la celda inicial del rango (por ejemplo la D2) y escribimos el signo igual (=). Luego seleccionamos los coeficientes que habíamos escrito anteriormente. Hecho esto, debemos presionar simultáneamente las teclas *Ctrl+Mayús+Enter* (Figura 2)
Si lo hicimos correctamente, al posicionarnos sobre una celda que pertenezca al rango de la matriz,

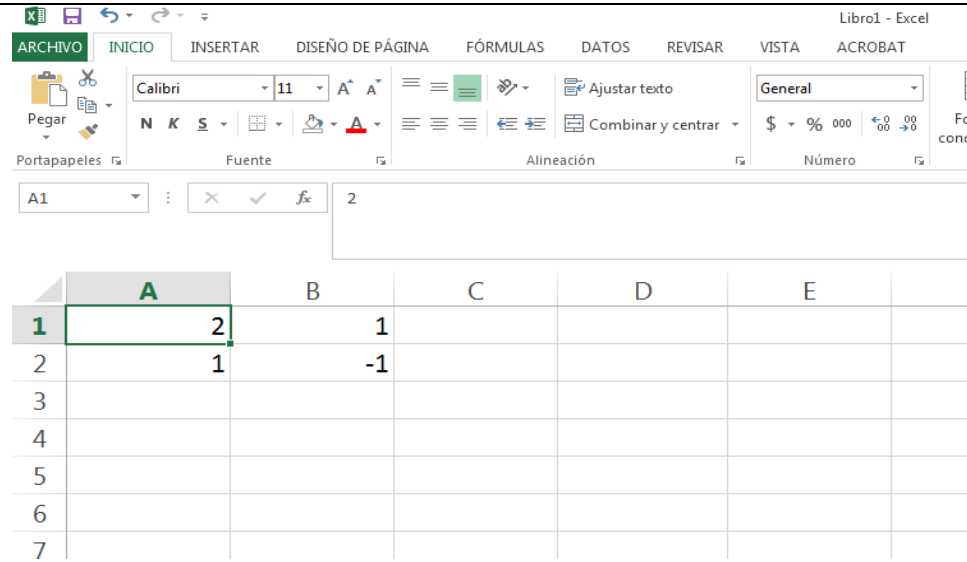


Figura 14

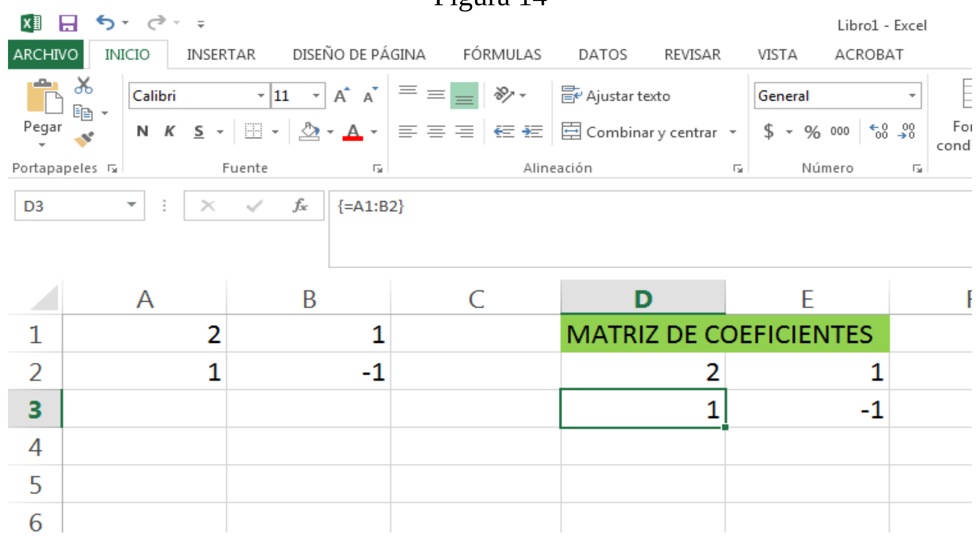


Figura 15

debemos observar en la barra de fórmulas la siguiente notación (Figura 15):

$$\{= A1{:}B2\}$$

A continuación, definimos el vector de términos independientes de la misma manera que la matriz de coeficientes, partiendo esta vez de la celda A4 (Figura 16).

El siguiente paso es calcular la inversa de la matriz de coeficientes. Para ello haremos uso de la función de Excel *MINVERSA*, explicada anteriormente.

Seleccionamos el rango donde queremos que aparezca la inversa y nos posicionamos en la celda inicial del rango (por ejemplo en la D6) y escribiremos en la barra de fórmulas lo siguiente:

=MINVERSA(D2:E3)

y presionamos simultáneamente las teclas *Ctrl+Mayús+Enter* (Figura 2) para que el programa calcule la inversa (Figura 17).

La matriz inversa resulta (Figura 18):

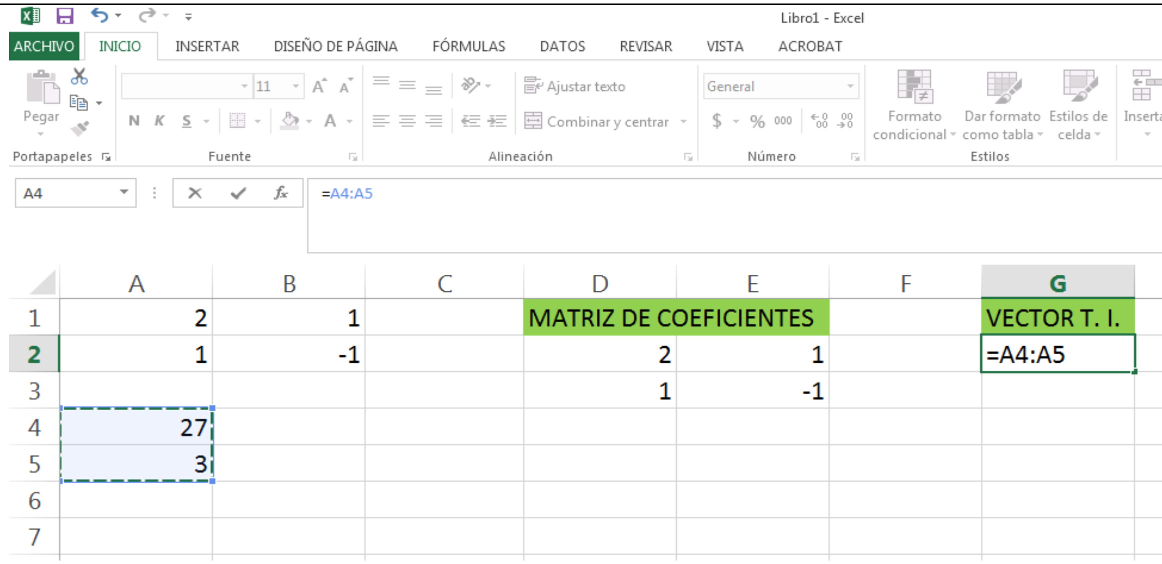


Figura 16

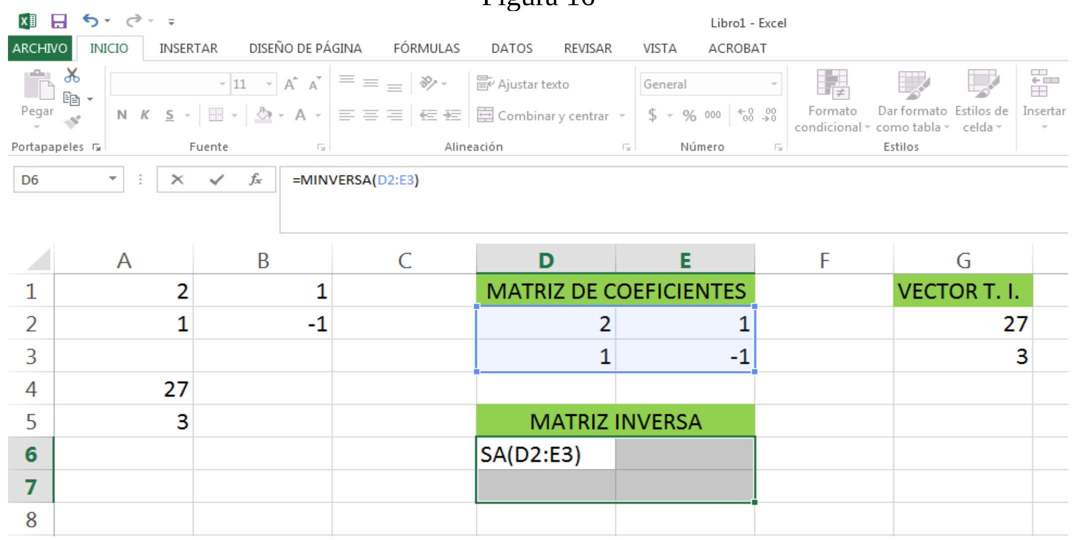


Figura 17

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0.33333 & 0.33333 \\ 0.33333 & -0.6666 \end{bmatrix}$$

Resta calcular la solución (las dimensiones de los lados del triángulo). Hay que multiplicar la inversa de la matriz de coeficientes por el vector de términos independientes.
Para la multiplicación entre arreglos, usaremos la función *MMULT*.

Seleccionamos un rango igual al resultado que esperamos y nos posicionamos en la celda inicial de ese rango vacío (por ejemplo, en la celda G6). En la barra de fórmulas escribimos:

=MMULT(D6:E7;G2:G3)

y presionamos simultáneamente las teclas *Ctrl+Mayús+Enter* para que el programa realice la multiplicación entre la inversa y el vector (Figura 19).

Tal como era de esperarse, la solución resultó ser un vector cuya primer componente es la longitud del lado x, mientras que la segunda componente es la longitud del lado y, o:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 7 \end{bmatrix}$$

Se observa que la solución satisface a las dos ecuaciones simultáneamente (El

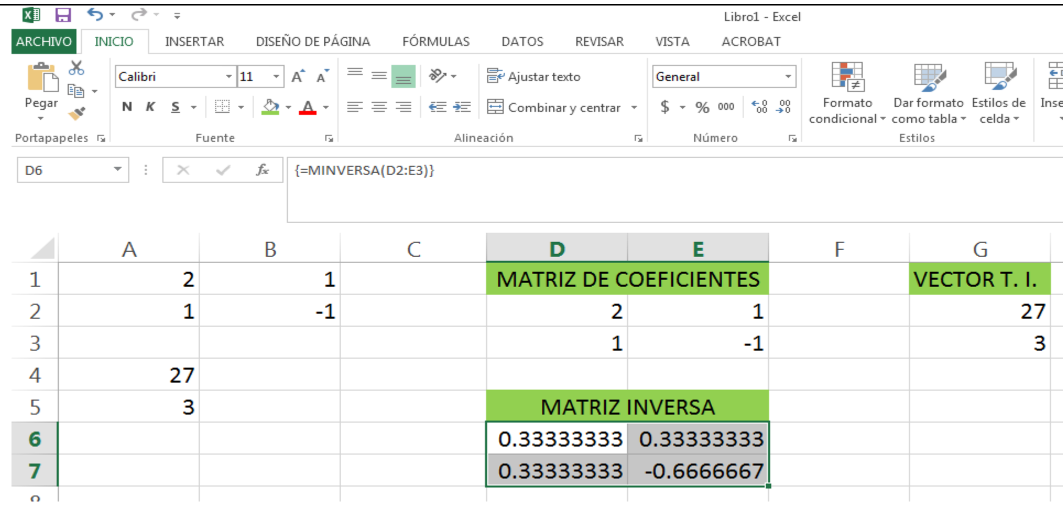


Figura 18

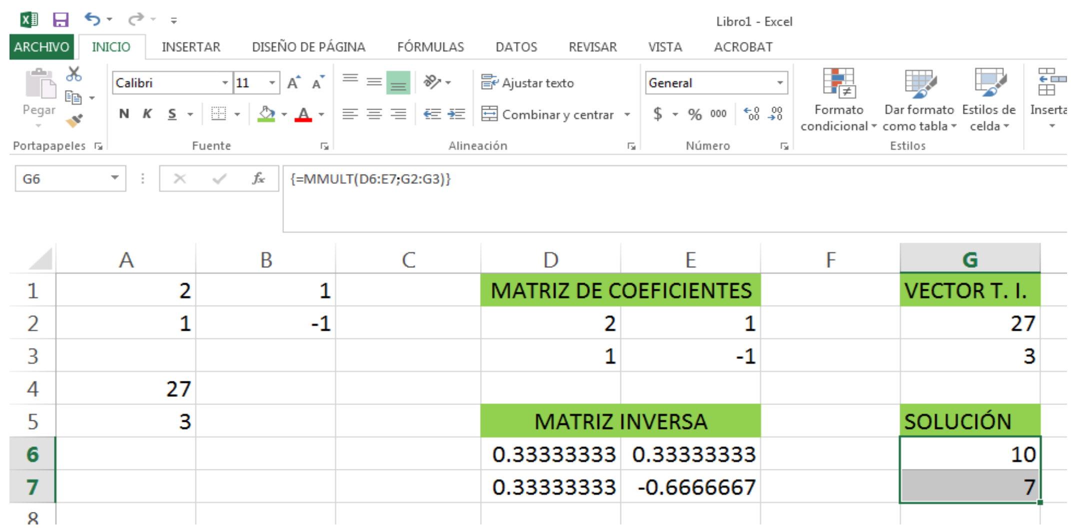


Figura 19

perímetro es de 27 cm i.e. 2 lados de 10 cm y uno de 7 cm) y que la diferencia entre dos lados es 3, (i.e. $10 - 7 = 3$)

Por lo tanto, el problema queda resuelto.

2) Dadas las coordenadas en el plano x-y de tres puntos, encontrar la ecuación de la parábola que pasa por ellos y graficarla.

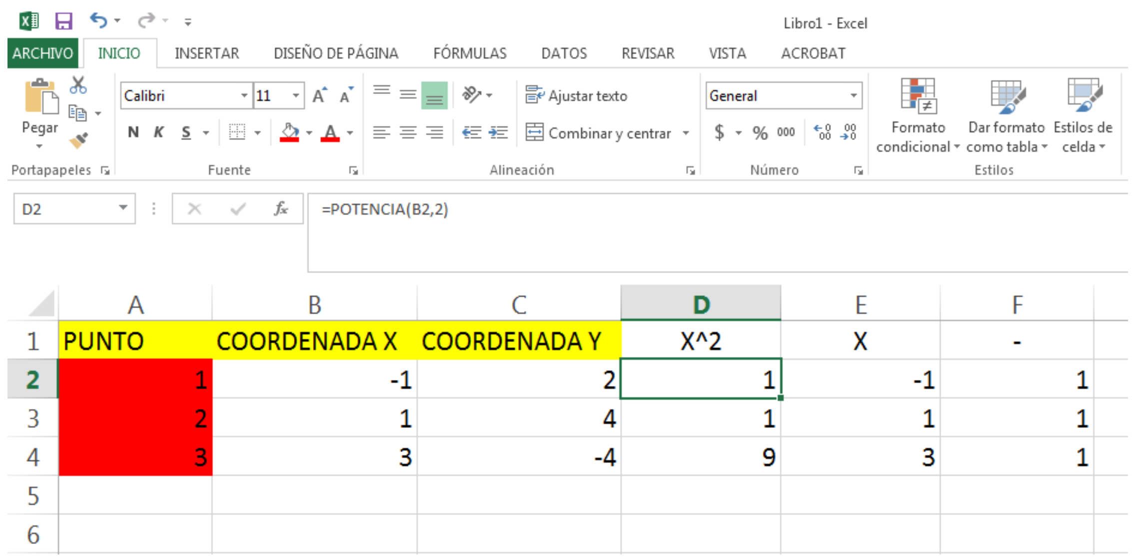
Punto	Coordenada X	Coordenada Y
1	-1	2
2	1	4
3	3	-4

Solución: Recordando la expresión de un polinomio cuadrático:

$$y = ax^2 + bx + c$$

Nuestras incógnitas serían a, b y c. Por lo tanto puede plantearse el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} y_1 = a{x_1}^2 + bx_1 + c \\ y_2 = a{x_2}^2 + bx_2 + c \\ y_3 = a{x_3}^2 + bx_3 + c \end{cases}$$



	A	B	C	D	E	F
1	PUNTO	COORDENADA X	COORDENADA Y	X^2	X	-
2	1	-1	2	1	-1	1
3	2	1	4	1	1	1
4	3	3	-4	9	3	1
5						
6						

Figura 20

Escrito en forma matricial, resultaría:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {x_1}^2 & x_1 & 1 \\ {x_2}^2 & x_2 & 1 \\ {x_3}^2 & x_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

Cuya resolución sería:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {x_1}^2 & x_1 & 1 \\ {x_2}^2 & x_2 & 1 \\ {x_3}^2 & x_3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$$

Para resolverlo en Excel, vamos a escribir las coordenadas de los puntos. Las coordenadas X en la columna B, y las coordenadas Y en la columna C (Figura 20).

El paso siguiente es armar la matriz de coeficientes. Para ello utilizaremos las columnas D, E y F.
En la columna D irán los términos cuadráticos. Para ello utilizaremos la función *POTENCIA*, que tiene la siguiente sintaxis:

POTENCIA (base;exponente)

En nuestro caso, como queremos elevar al cuadrado la componente X del primer punto, deberíamos escribir en la celda D2:

=POTENCIA(B2;2)

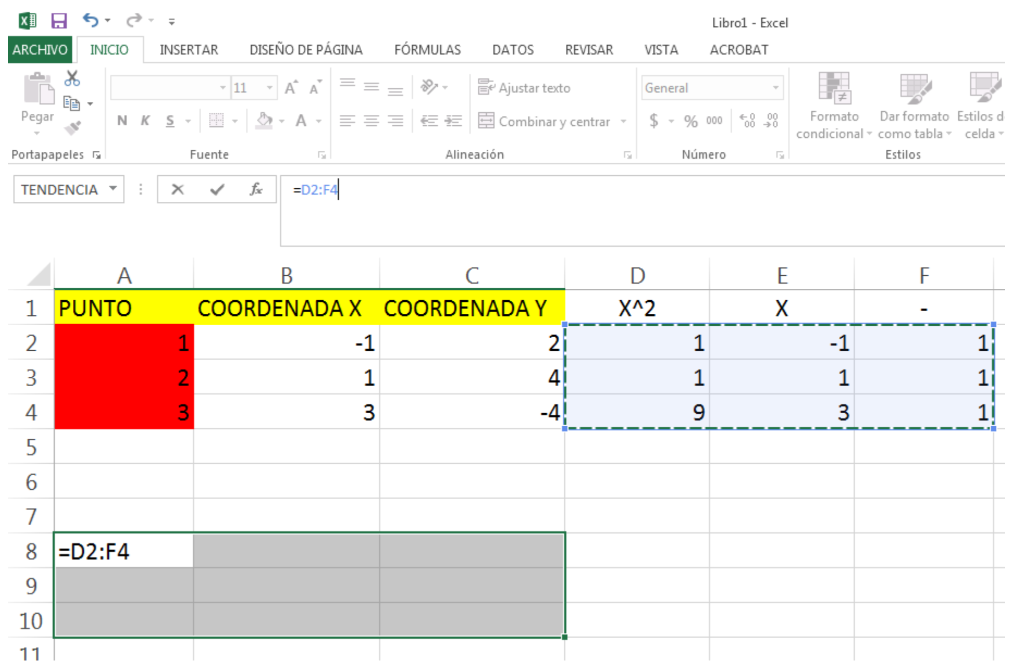


Figura 21

A esta función debe arrastrarse hasta la celda D4.
La segunda columna de la matriz está formada por los términos elevados a la primer potencia, por lo que deberíamos escribir en la celda E2:

=POTENCIA(B2;1)

Y arrastrar hasta la celda E4.
Por último, la tercera columna de la matriz son elementos elevados a la potencia cero. En la celda F2 habría que escribir:

=POTENCIA(B2;0)

Y arrastrar hasta la celda F4 (Figura 20).
Ahora vamos a crear la matriz de coeficientes: Para ello nos posicionaremos, por ejemplo, en la celda A8. Hecho esto, escribiremos en la barra de fórmulas el signo igual (=) y seleccionaremos el rango de celdas que contienen a los elementos de la matriz de coeficientes. En este caso D2:F4 (Figura 21).
Luego hay que presionar simultáneamente las teclas *Ctrl+Mayús+Enter*. De esta manera obtendremos nuestra matriz de coeficientes, al igual que en el ejercicio anterior.

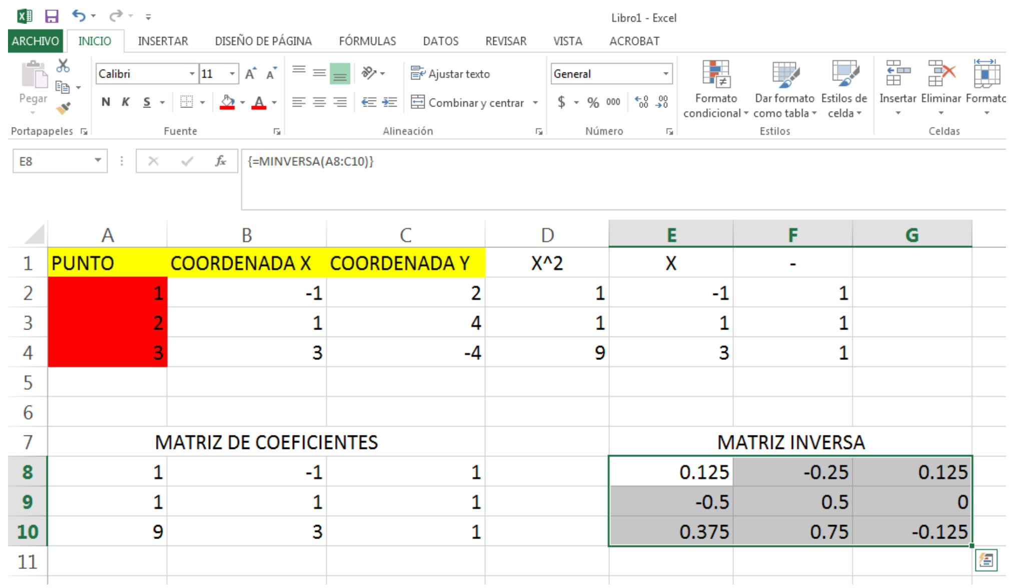


Figura 22

El paso siguiente es encontrar la inversa de dicha matriz. Haremos uso de la función *MINVERSA*. Para ello, seleccionamos el rango donde queremos que aparezca la matriz inversa y nos posicionamos en la primer celda del rango (por ejemplo en la E8 y escribiremos en la barra de fórmulas lo siguiente:

=MINVERSA(A8:C10)

y presionamos simultáneamente las teclas *Ctrl+Mayús+Enter* (Figura 22)
El siguiente paso es crear el vector de términos independientes (valores de las coordenadas Y de los puntos).
Nos posicionamos, por ejemplo en la celda I8. En la barra de fórmulas escribimos el signo igual (=) y seleccionamos los valores de las coordenadas Y de los puntos (Columna C, filas 2 a 4). Una vez seleccionados, se presiona en forma simultánea las teclas *Ctrl+Mayús+Enter* (Figura 23).

Resta resolver el sistema multiplicando la matriz inversa por el vector de términos independientes. Para la multiplicación entre arreglos, usaremos la función *MMULT*.
Nos posicionamos, por ejemplo, en la celda I13. En la barra de fórmulas escribimos:

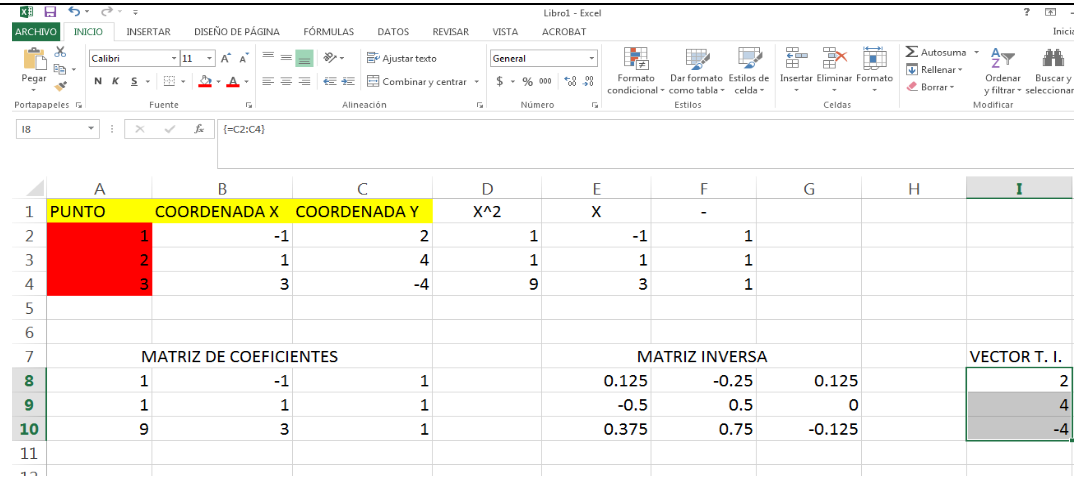


Figura 23

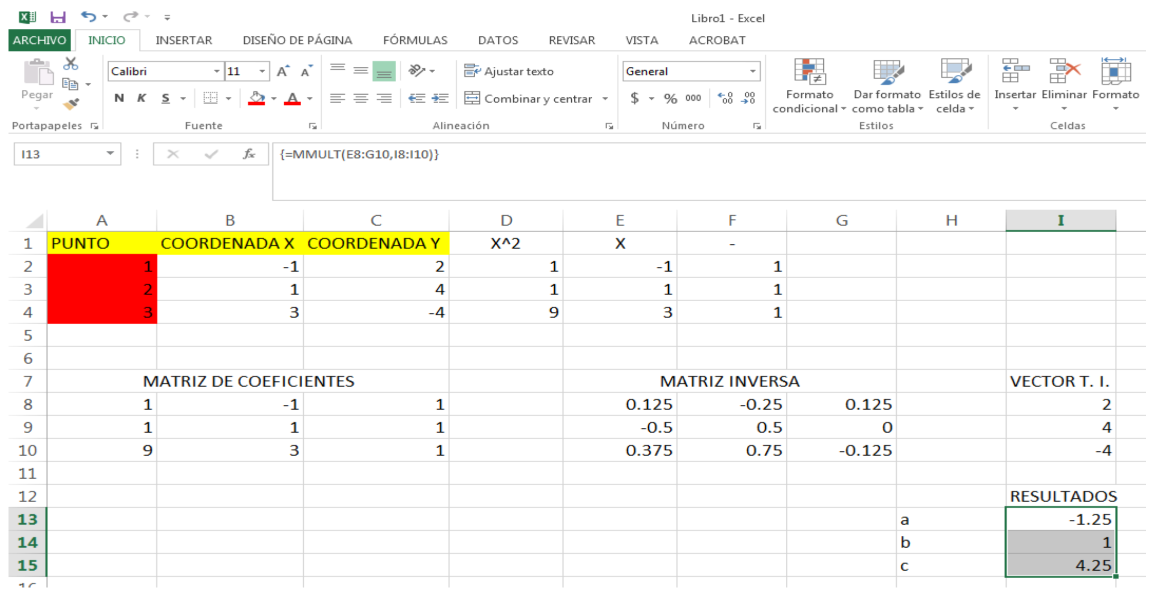


Figura 24

$$=MMULT(E8{:}G10;I8{:}I10)$$

y presionamos se en forma simultánea las teclas *Ctrl+Mayús+Enter*. Los resultados aparecerán en forma de vector de 3 elementos (a, b y c) (Figura 24)

El programa nos arrojó los siguientes valores:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.25 \\ 1 \\ 4.25 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto, la ecuación de la parábola que pasa por esos tres puntos tiene la ecuación:

$$y = -1.25\, x^2 + x + 4.25$$

Restaría graficar la parábola. Para ello nos daremos valores para la variable X y calcularemos, en base a la ecuación encontrada, los valores de Y.
Por una cuestión de orden, sería conveniente trabajar en otra hoja de cálculo, por ejemplo la hoja 2.
En la columna A generaremos los valores de X, partiendo desde -2 con un intervalo de 0.1 hasta 4.
En la columna B, calcularemos con la expresión obtenida anteriormente los valores de Y. Recordar que hay que

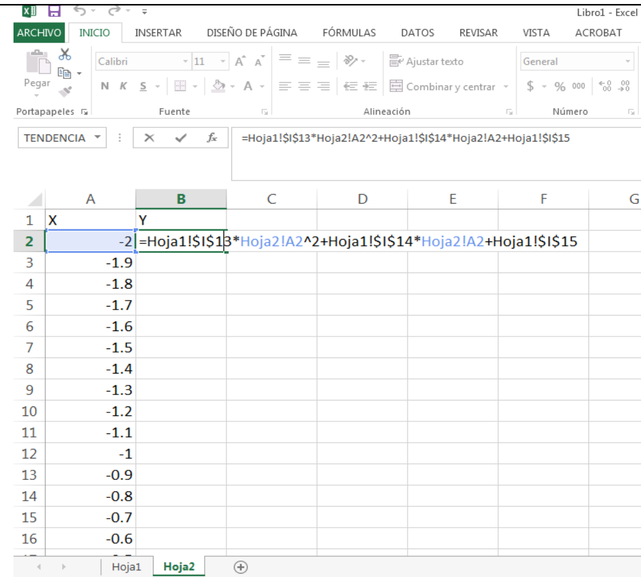


Figura 25

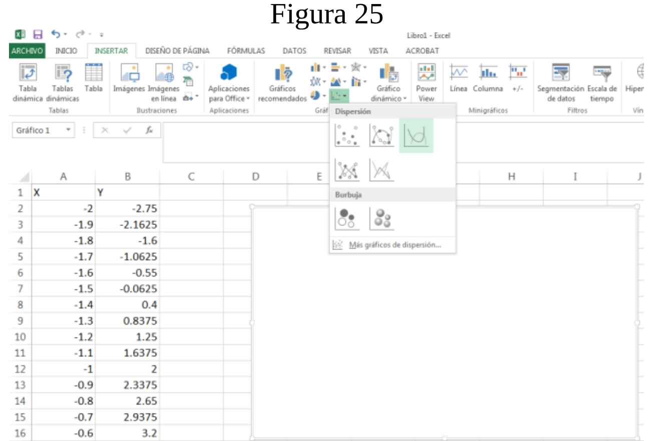


Figura 26

utilizar referencias absolutas para los coeficientes (a, b y c) (Figura 25)

Seleccionamos las columnas con los valores de X y Y, vamos al menú *Insertar*, y elegimos la opción *Insertar gráfico de dispersión (X,Y) o de burbujas* (Figura 26).
Para realizar el gráfico, se elige del menú la opción "*Seleccionar datos*". En el cuadro de diálogo, se hace click en *Agregar* (para agregar una nueva serie). En el nuevo cuadro de diálogo, denominado *"Modificar serie"* , agregarle un nombre y especificar los valores X de la serie primero, y los valores Y de la serie luego (Figura 27).

Por último, la parábola que une (interpola) los tres puntos queda graficada (Figura 28).

Al estar concatenadas las hojas, en el caso de que se desee cambiar las coordenadas de los puntos, cambiará la forma de la parábola (probablemente haya que cambiar los valores de X para obtener una mejor gráfica).

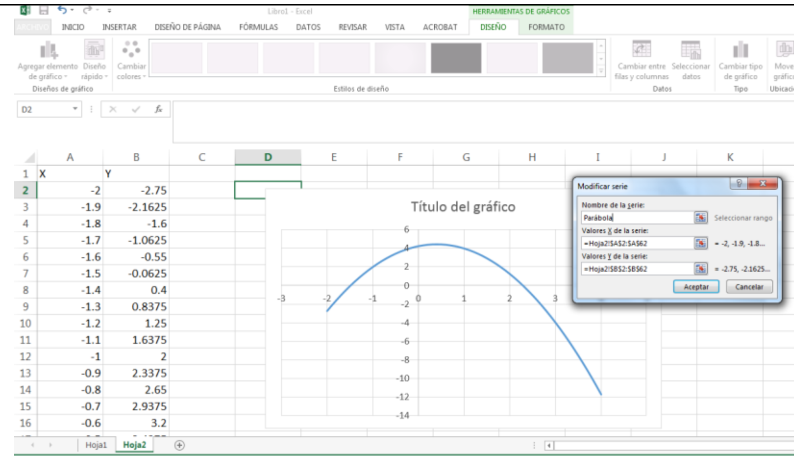


Figura 27

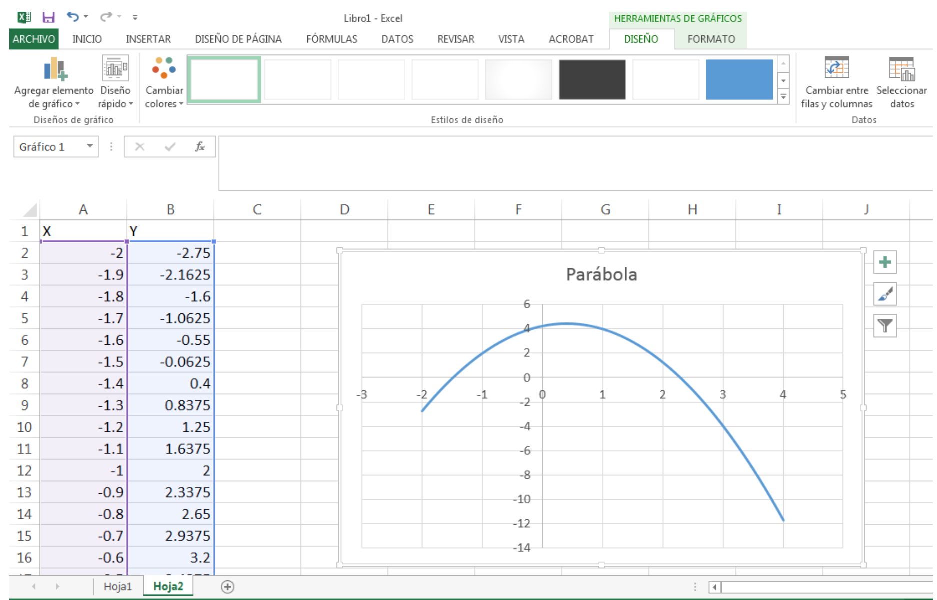


Figura 28

3) Dado el sistema de 2 ecuaciones lineales, plantearlo en forma matricial, resolverlo y graficar:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 14 \\ -2x + 3y = 16 \end{cases}$$

Solución:

El sistema en forma matricial resulta:

$$\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 16 \end{bmatrix}$$

Para resolverlo en Excel, vamos a escribir la matriz de coeficientes y el vector de términos independientes (Figura 29).

Aplicando el teorema visto de resolución de sistemas lineales, se tiene:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 14 \\ 16 \end{bmatrix}$$

En Excel, esta solución se determina utilizando las funciones MMULT (para multiplicar arreglos) y MINVERSA para calcular la inversa de la matriz de coeficientes, tal como se muestra en la Figura 30.

Cabe recordar que para calcular el vector solución, se deben seleccionar dos celdas (en este caso la D6 y la D7) y escribir la expresión:

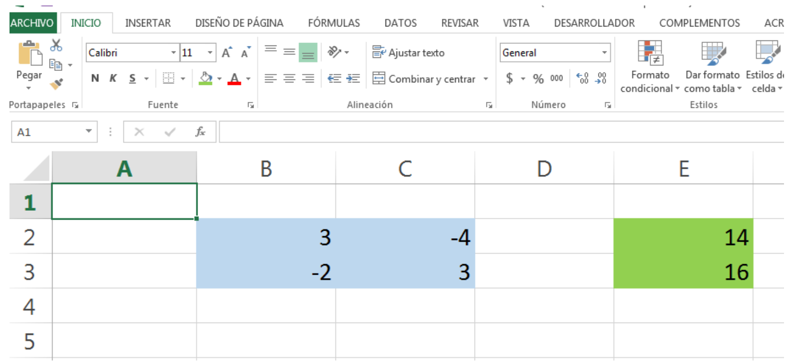


Figura 29

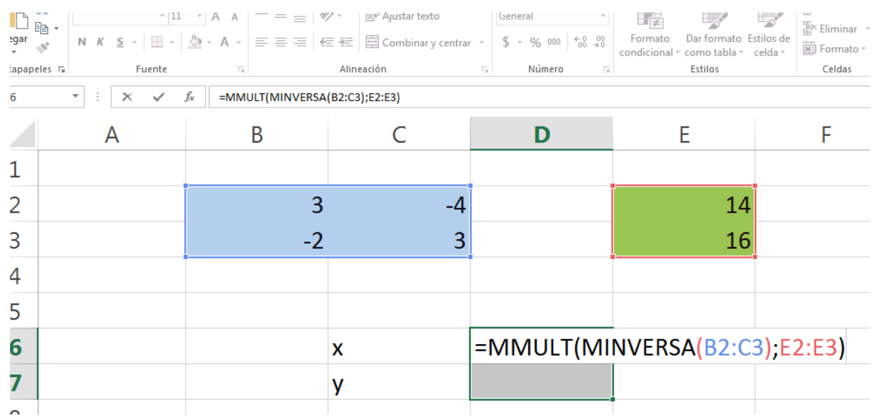


Figura 30

=MMULT(MINVERSA(B2:C3);E2:E3)

En la D6, para luego presionar *Ctrl+Mayús+Enter* (combinación de teclas mostradas en la Figura 2).

El resultado se muestra en la Figura 31.

Para graficar las rectas, se despejará de cada una de las ecuaciones a la variable y:

De la primera:

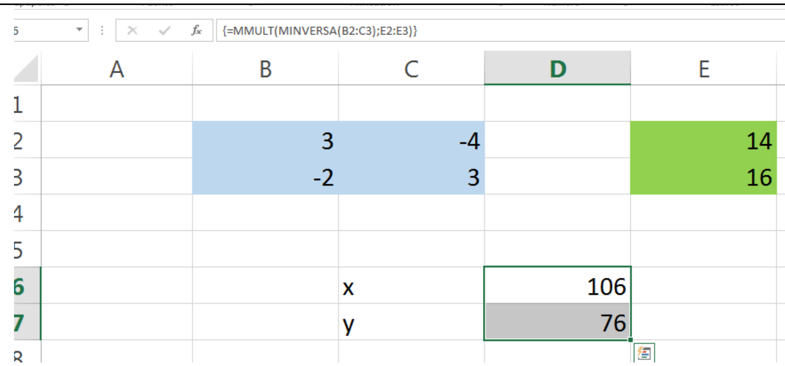
$$y = \frac{3x - 14}{4}$$

De la segunda:

$$y = \frac{16 + 2x}{3}$$

Para que el gráfico resulte centrado, se dará un rango de valores de x igual a ± 10. Esto significa que si la coordenada x de la solución es 106, el rango de valores de x irá desde 96 hasta 116.

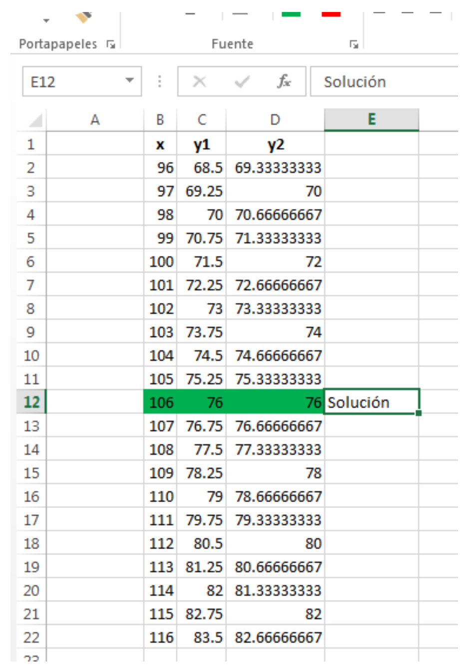
En Excel se escribe en una columna el rango de valores de x, y en otras 2 columnas los valores de y calculados con las expresiones halladas más arriba, tal como se muestra en la Figura 32



{=MMULT(MINVERSA(B2:C3);E2:E3)}

	A	B	C	D	E
1					
2		3	-4		14
3		-2	3		16
4					
5					
6			x	106	
7			y	76	

Figura 31



E12 Solución

	A	B	C	D	E
1		x	y1	y2	
2		96	68.5	69.3333333	
3		97	69.25	70	
4		98	70	70.6666667	
5		99	70.75	71.3333333	
6		100	71.5	72	
7		101	72.25	72.6666667	
8		102	73	73.3333333	
9		103	73.75	74	
10		104	74.5	74.6666667	
11		105	75.25	75.3333333	
12		106	76	76	Solución
13		107	76.75	76.6666667	
14		108	77.5	77.3333333	
15		109	78.25	78	
16		110	79	78.6666667	
17		111	79.75	79.3333333	
18		112	80.5	80	
19		113	81.25	80.6666667	
20		114	82	81.3333333	
21		115	82.75	82	
22		116	83.5	82.6666667	

Figura 32

Con esta tabla armada, resta utilizar el gráfico del tipo *dispersión*.
Tendrá 2 series (una para cada ecuación).
Las abscisas serán iguales para cada serie.
En este caso es la columna de *x* cuyo rango es B2:B22.
La serie 1, llamada Recta 1 tendrá como valores de *y* el rango C2:C22 (Figura 33)

Análogamente, la serie 2 tendrá como valores de *y* el rango D2:D22.

EL gráfico resultante se muestra en la Figura 34. Para mejorar la visualización, deben modificarse los valores de los ejes.

Para ello, se hace click derecho sobre los valores de abscisas y se elige la opción *Dar formato al eje* (Figura 35). Allí se modifican los valores Mínimo y Máximo que se desea graficar. En este caso, se colocará 90 como mínimo y 120 como máximo.

El mismo procedimiento se realiza en el eje de ordenadas, tomando como valor mínimo 65 y como máximo 85.

El gráfico mejorado se muestra en la Figura 36.

Luego podrá agregarse rótulo a los ejes, leyenda, título, entre otras cosas.

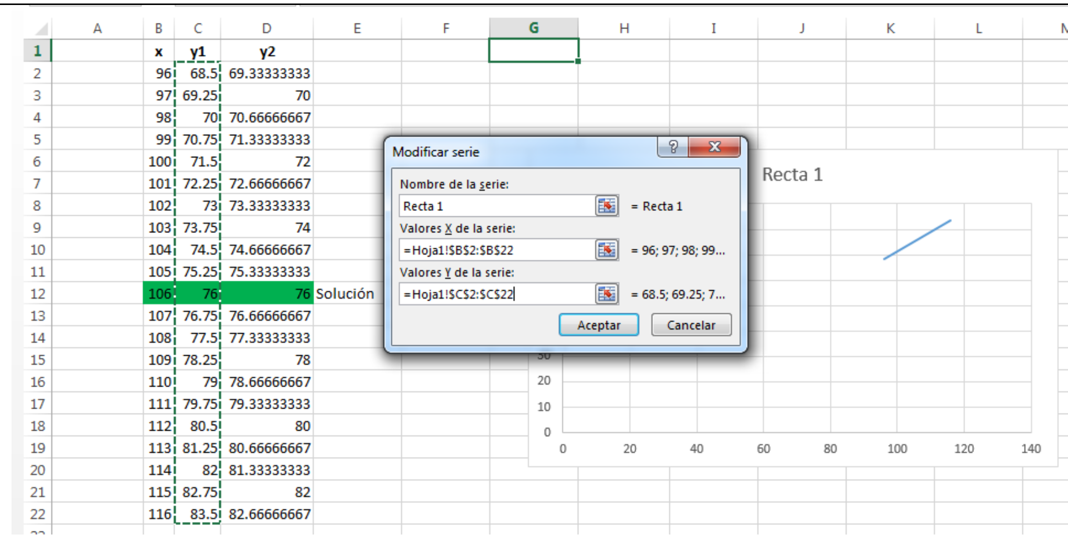


Figura 33

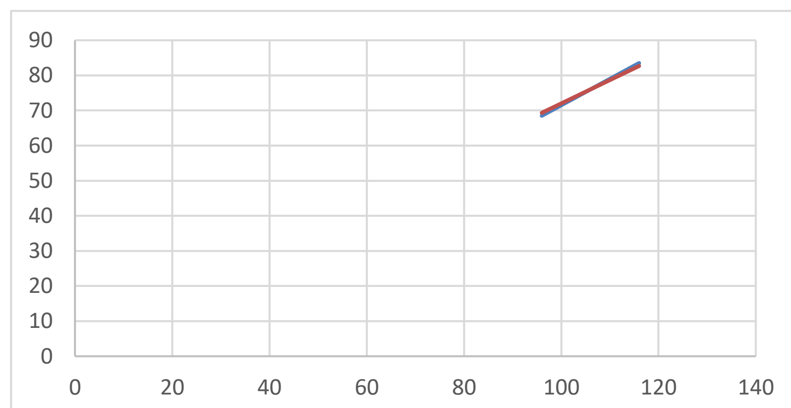


Figura 34

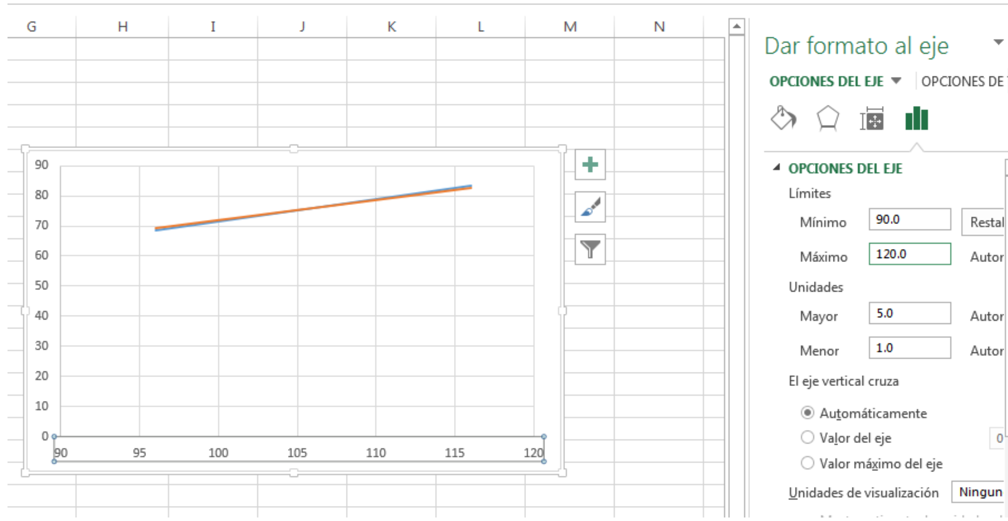


Figura 35

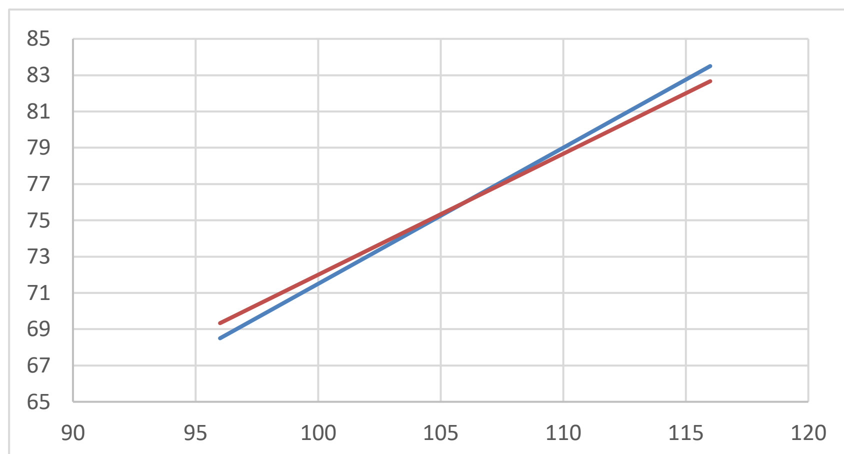


Figura 36